

**ΘΕΜΑ** Η τ.μ.  $X$  έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} p\lambda e^{\lambda x}, & x < 0 \\ (1-p)\lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} \text{ όπου } \lambda > 0 \text{ και } 0 < p < 1.$$

Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της  $X$  και να γίνει η γραφική της παράσταση.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = p\lambda \int_{-\infty}^x e^{\lambda t} dt = p \lim_{M \rightarrow -\infty} e^{\lambda t} \Big|_{-M}^x = pe^{\lambda x}, \quad x < 0,$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^0 f(t) dt + \int_0^x f(t) dt = \\ &= p + (1-p)\lambda \int_0^x e^{-\lambda t} dt = p - (1-p)e^{-\lambda t} \Big|_0^x = 1 - (1-p)e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{άρα } F(x) = \begin{cases} pe^{\lambda x}, & x < 0 \\ 1 - (1-p)e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

και η γραφική της παράσταση είναι του σχήματος

